

Sistemas de Referencia Geodésicos. Proyecciones Cartográficas.

Introducción.

Es de vital importancia, cuando se combinan datos de diferentes fuentes en un SIG, o bien cuando se van a capturar nuevos datos, tener presente la referencia geodésica de cada información, así como la proyección cartográfica utilizada en el caso de datos proyectados, como pueden ser los de un mapa en papel.

La referencia geodésica —elipsoide y datum— determina la relación entre las coordenadas de los datos y su localización en la superficie terrestre. Así, el desconocimiento o uso incorrecto de la referenciación geodésica hace que datos de diferentes fuentes no coincidan entre sí. Es típica una desviación de unos 300 m. Tal sería el caso de intentar combinar datos de GPS con mapas catastrales o mapas topográficos españoles sin tener en cuenta las distintas referencias. Otro caso análogo sería el digitalizar datos en parte sobre las antiguas hojas del Mapa Topográfico Nacional 1:50.000 y en parte sobre las nuevas hojas.

Incluso si los datos tienen un sistema de referencia común, el desconocimiento de éste puede acarrear problemas, si, por ejemplo, se requiere convertir coordenadas geográficas a U.T.M o viceversa.

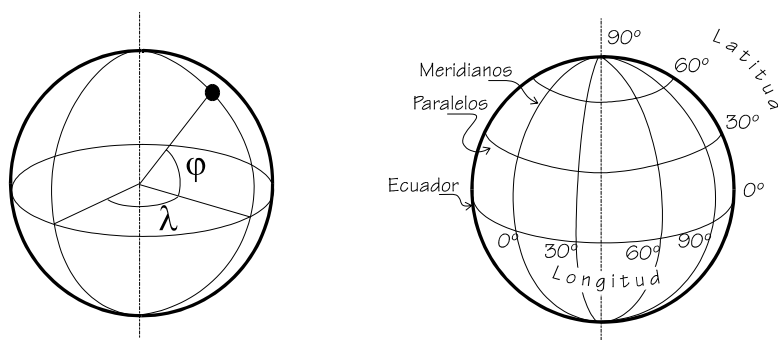
Hay que destacar que las herramientas que los SIG proporcionan al usuario para tratar estos temas son desiguales según los casos, como veremos más adelante.

Referencias Geodésicas. Elipsoide y Datum.

Coordenadas Geográficas

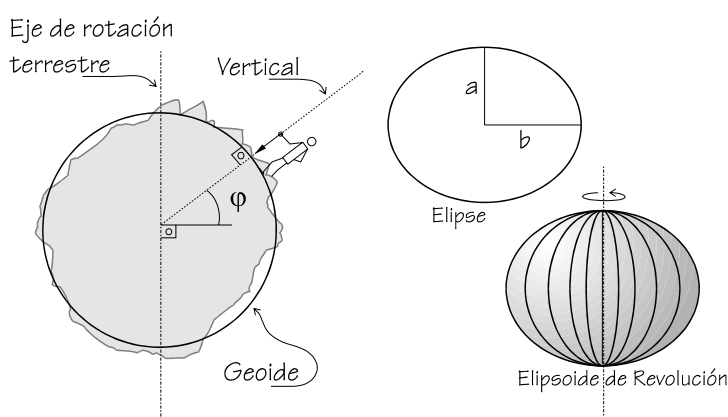
Tanto para la proyección cartográfica de la superficie terrestre, como para la toma de posiciones sobre ella es necesario establecer un modelo de su superficie que nos permita fijar un sistema de coordenadas. El modelo más simple utilizado para la Tierra es una esfera. Las coordenadas que habitualmente se fijan sobre ella son las coordenadas esféricas, geodésicas o geográficas: **longitud** λ y **latitud** ϕ que aparecen en el gráfico.

Este sistema se ha generalizado tradicionalmente a la superficie terrestre como veremos más adelante, considerando localmente la superficie de la tierra como la de la esfera. Es importante notar que la longitud es un ángulo en la dirección de la rotación terrestre (relacionado por tanto con el tiempo), mientras que la latitud es transversal a la misma (y relacionada con la vertical).



Cálculo de las coordenadas geográficas.

Se trata de determinar la longitud y latitud de un punto sobre la superficie de la Tierra. Tradicionalmente esto se ha hecho por métodos astronómicos. En cada punto existe una dirección fácilmente determinada: la vertical. Ésta es consecuencia de la gravedad y la rotación de la tierra. Así, en cada punto nos sirve como referencia una superficie normal a la vertical (el plano del horizonte). Conviene, pues, tomar una superficie continua que sea normal a la vertical en cada punto, que será por tanto una superficie equipotencial del campo de fuerzas constituido por la gravedad y la fuerza centrífuga. Una superficie tal, que es la continuación ideal de los mares en reposo, es el **geoide** y sirve de referencia en la medición de elevaciones además de determinar la vertical. De ser la Tierra perfectamente homogénea, la forma del geoide sería la de un **elipsoide de revolución** o **esferoide**, superficie obtenida al hacer girar una elipse alrededor de uno de sus ejes (en este caso el menor). Debido a la heterogeneidad de la Tierra la forma del geoide es irregular, pero no se aparta más de 100 m. de un esferoide bien escogido para aproximarle.



Por observación astronómica podemos determinar la inclinación de la vertical en el espacio: la latitud. Combinando la observación astronómica y la medida del tiempo podemos determinar la longitud; la posición en el plano de rotación. También se puede determinar otra dirección (un azimut, esto es, un ángulo en el plano del horizonte): la dirección Norte-Sur, determinada por el eje de rotación terrestre (es la proyección de éste sobre el plano del horizonte). Esta dirección permite la orientación en el punto respecto a la tierra y es necesaria para relacionar otras posiciones con ésta. Éstas son las coordenadas astronómicas, referidas al geoide. Sin embargo no es factible el usar el geoide como superficie de referencia para la proyección sobre un plano debido a su forma irregular. Además el cálculo astronómico de precisión es complicado. Se necesita una superficie más simple.

Elipsoide de referencia

La figura que se suele adoptar para referir las coordenadas geográficas es el elipsoide de revolución por las razones explicadas antes. Esto entraña dos problemas previos: el ajuste del tamaño del elipsoide de referencia a utilizar y su posicionamiento. Al hacer ésto se puede buscar una buena aproximación al geoide en una zona restringida de la tierra o bien de manera global. Por métodos topográficos, o actualmente por teledetección, se calcula el tamaño de un elipsoide que aproxime bien el geoide. Las dimensiones del elipsoide se pueden determinar por dos parámetros. Comúnmente éstos son dos de los siguientes: los semiejes mayor, ***a*** (ecuatorial) y menor, ***b*** (polar), el aplanamiento ***α*** y la excentricidad ***e*** (los elipsoides calculados en base a medidas de satélite se suelen definir por ***a***, la constante gravitacional geocéntrica y un factor de forma dinámica). En cuanto a la posición hay dos métodos fundamentales, partiendo de la condición previa de que el eje de rotación de la tierra sea paralelo al eje menor del elipsoide. El método usado tradicionalmente consiste en determinar un punto fundamental, **datum** en el que el elipsoide se toma tangente al geoide. Por tanto, en éste punto las coordenadas astronómicas coinci-

medio del mar (medido mediante mareómetro o mareógrafo) en un punto fijo. Si se miden respecto al nivel de otro mar en otro lugar pueden aparecer discrepancias. Por ejemplo el nivel medio del mar en Santander parece estar ligéramente —unos 60 cm— por encima del nivel en Alicante.

Transformación de Coordenadas.

Cuando se intenta trabajar con distintos conjuntos de datos es imprescindible el referenciarlos en un sistema geodésico común. Si las coordenadas de los datos se basan en sistemas diferentes se hace necesaria la transformación de las coordenadas de un sistema a otro. Este problema suele presentar dificultades en la práctica; hay que tener en cuenta que se trata de un problema tridimensional, debido a que las direcciones verticales en distintos sistemas de referencia no coinciden y por tanto sólo se podrá resolver con precisión y generalidad si se cuenta con coordenadas tridimensionales. Existen dos procedimientos fundamentales para efectuar la transformación.

La primera forma es utilizar fórmulas de transformación “exacta” basadas en la geometría del problema. Estas fórmulas estarán parametrizadas por los datos que definen la relación entre sistemas de referencia: elipsoides utilizados y posición relativa de éstos. Si no se dispone de elevación altimétrica (lo cual es frecuente; si la hay estará habitualmente referida al geode y no al elipsoide) podemos tomar 0 como elevación; el error resultante no será superior a 20cm.

En caso de poderse utilizar este método tiene la ventaja de ser global: las formulas de transformación se pueden aplicar a puntos de toda la Tierra. De todas formas hay que tener en cuenta que la forma en que se han determinado tradicionalmente las coordenadas referidas a sistemas de referencia locales (mediante triangulación respecto a una red geodésica, ajustes por mínimos cuadrados) hace que la realizada se aparte de la situación geométrica ideal, y que incluso las transformaciones teóricamente globales sean válidas únicamente en regiones limitadas.

El segundo procedimiento, más usado en la práctica, es ajustar una fórmula de transformación por medios numéricos (ajuste por mínimos cuadrados). Las fórmulas usadas en este problema suelen ser polinomios. Para el ajuste es necesario conocer las coordenadas en ambos sistemas de un buen número de puntos de control en el área de los datos a transformar. Éste es un método local, que funciona en un área restringida. Posiblemente se requiere trabajo de campo para determinar las coordenadas de los puntos de control, y si el área de trabajo es extensa puede ser necesario dividirla en partes y operar separadamente en cada una. El resultado es una aproximación, tanto mejor cuantos más puntos de control se utilicen, mejor distribuidos estén, mas precisa sea la determinación de sus coordenadas y mayor sea el grado de los polinomios ajustados. Éste método puede producir resultados aceptables aún cuando no se cuente con datos altimétricos, siempre y cuando el área de trabajo sea reducida y su desnivel no sea abrupto. Debido a que habitualmente los puntos de control para el ajuste son puntos de la superficie terrestre, las fórmulas darán buenos resultados aunque no se tomen en cuenta las elevaciones de los puntos a transformar, siempre que estos puntos se encuentren en la superficie o cerca de ella; en cierta medida las transformaciones incluyen la información del relieve. Una variante común de éste método es el ajuste por bloques: se calcula un desplazamiento de coordenadas para cada cuadrícula de una malla.

Referencias más habituales en SIG.

La red geodésica española se creó en base al elipsoide de **Struve** con datum en **Madrid** que sirvió por tanto de referencia al primitivo mapa topográfico nacional escala 1:50.000 del I.G.N. En 1924 se adoptó el elipsoide de **Hayford 1909** como elipsoide **internacional** de referencia según acuerdo tomado por la Asociación Geodésica Internacional en asamblea celebrada en Madrid. En 1950 se definió el sistema **ED50—European Datum 1950** basado en el elipsoide internacional con datum en **Postdam**, Alemania (torre de Helmert) como sistema de referencia. La red geodésica Española se recalculó en dicha referencia y la actual cartografía oficial se produce en base a ella (decreto 2303/1970 de 16 de julio). Por otro lado, en E.E.U.U. casi toda la cartografía existente se basa en **NAD27—North American Datum 1927** con el elipsoide de

Clarke de 1866 y datum en **Meades Ranch** en Kansas. El departamento de defensa estadounidense produjo por otra parte los sistemas **WGS66** y **WGS72**—*World Geodetic System 1966, 1972*. La **IUGG**—*International Union of Geodesy and Geophysics* adoptó en 1980 el **GRS80**—*Geodetic Reference System 1980*, cuyo elipsoide se usa en el sistema **NAD83**, pensado para reemplazar al NAD27. Éste mismo elipsoide, diseñado como geocéntrico con datos de satélite y datos de campo, con pequeñas modificaciones sirve de base para el sistema **WGS84**, desarrollado por las agencias militares de EEUU. Éste sistema es el usado por el sistema **GPS**—*Global Positioning System* también desarrollado y mantenido por las mismas agencias.

Proyecciones Cartográficas.

Mediante una proyección cartográfica hacemos corresponder cada punto del plano con un punto de la esfera o el elipsoide. De ésta forma cada punto de la tierra puede tener representación sobre el plano. Las proyecciones se pueden definir de forma matemática como biyecciones que convierten las coordenadas geográficas λ, ϕ en coordenadas cartesianas x, y sobre un plano y viceversa.

Debe notarse que las proyecciones cartográficas operan únicamente sobre las coordenadas planimétricas: las coordenadas geográficas longitud, latitud y las coordenadas cartesianas x, y en proyección; es decir, aplican biunívocamente la superficie de un elipsoide o esfera de referencia sobre un plano. La elevación sobre el elipsoide o esfera se puede considerar, en proyección, en la dirección normal a ese plano. Todos los puntos que comparten las mismas coordenadas geográficas (diferenciándose únicamente en su altitud) se representarán sobre el mismo punto del plano. Así, si trabajamos con distintas proyecciones cartográficas basadas en un mismo sistema de referencia geodésica, la transformación de coordenadas entre las distintas proyecciones es un problema que sólo depende de las coordenadas planimétricas, y se puede resolver con gran precisión si se conocen las fórmulas de la proyección.

Se han publicado cientos de proyecciones cartográficas diferentes y todas admiten una variación infinita eligiendo parámetros como el centro de proyección, uno o más paralelos estándar, etc. Además por proyectarse un elipsoide o bien una esfera, toda proyección está parametrizada por las dimensiones de la esfera o elipsoide de referencia. La superficie de la esfera/elipsoide no se puede representar sobre el plano sin distorsión. Ahora bien, dependiendo del uso que se dé a la representación se puede llegar a un compromiso en las distorsiones, manteniendo alguna característica deseable. Las principales características que se pueden conservar en una proyección cartográfica son:

- **Área**: Una proyección que conserve las áreas se llama **equivalente**, **homográfica**, **homológica**, o **autológica**. Las formas, ángulos y escalas aparecerán distorsionadas, aunque suelen ser correctos o casi en algunas partes. La conservación de las áreas es una condición global (finita).

- **Forma**: Una proyección es **conforme** u **ortomórfica** si se conservan los ángulos relativos alrededor de cada punto. Es ésta por tanto una condición local (infinitesimal). De todas formas, si se representa toda la tierra es habitual que haya uno o más puntos singulares en los que esta condición no se dá. En una proyección conforme las grandes superficies aparecen distorsionadas en la forma, pero los elementos pequeños mantienen su forma. En éstas proyecciones la escala local es isótropa, es decir, el factor de escala cada punto es el mismo en todas las direcciones. El hecho de que los ángulos se conserven localmente hace que el ángulo con el que se cortan dos líneas sea el mismo que en la realidad, y así, por ejemplo, meridianos y paralelos se cortan en ángulo recto. Una proyección no puede ser simultáneamente conforme y equivalente. Las proyecciones conformes son las más usadas en mapas topográficos.

Las proyecciones que no son equivalentes ni conformes se llaman genéricamente **aphilácticas**, aunque a veces el término se reserva para las que conservan distancias.

- **Escala**: (conservación de distancias) Ninguna proyección mantiene correctamente la escala en todo el mapa, pero es habitual que una o más líneas sean **equidistantes** o **automecóicas**, esto

es, tengan una escala constante. Lo usual en las proyecciones empleadas en topografía y SIG es que se ajusten los parámetros de forma que el error de escala esté limitado y se minimice su valor medio en el área de trabajo. Cuando la escala se mantiene en todos los meridianos la proyección se dice **equidistante**.

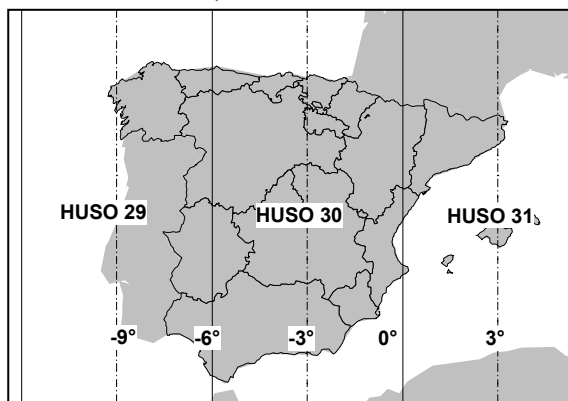
- **Dirección:** En una proyección **azimutal** o **cenital** las direcciones o azimuts de todos los puntos son correctas respecto del centro de proyección. Existe una proyección azimutal que es equivalente, otra que es conforme y una tercera que es equidistante.

- Otras características: Existen proyecciones que tienen características especiales que son deseables para alguna aplicación:

- ♦ En la proyección **Mercator** las líneas **loxodrómicas** (líneas de rumbo fijo) son líneas rectas.
- ♦ En la proyección **Gnomónica** las líneas **ortodrómicas** (líneas geodésicas o de mínima distancia) son líneas rectas.
- ♦ En la proyección **estereográfica** todos los círculos mantienen su forma.
- ♦ Actualmente se utilizan proyecciones especiales para el **seguimiento de satélites** (en las cuales la trayectoria de un satélite es una recta) y para representar las imágenes de satélite (en las que la trayectoria del satélite es automecoica). De éstas últimas destaca la de Espacio Oblícuo de Mercator—**SOM** para vistas verticales como las de Landsat o SPOT.

Proyecciones más comunes en SIG.

Ninguna proyección está libre de distorsión y mucho menos en un área grande como la de un continente, pero las proyecciones cartográficas más usadas para mapas topográficos —**Lambert Cónica Conforme** (LCC), **Transversa Mercator** (TM), ambas conformes— pueden ser ajustadas para limitar el error en distorsión y variación de escala dentro de un área, como puede ser la de un país, eligiendo adecuadamente los parámetros de la proyección. La proyección TM está especialmente indicada si el eje Norte-Sur del país es mayor que el eje Este-Oeste, como en el caso de Gran Bretaña. De esta manera se ha usado la proyección LCC en la cartografía de España y Francia, ó la proyección TM en Gran Bretaña e Irlanda (*British National Grid e Irish Transverse Mercator Grid*) ó los sistemas “*US State Plane Coordinate System*” de E.E.U.U. Sin embargo, por la influencia militar norteamericana, la proyección más usada en cartografías nacionales Europeas, en particular en España, es la **U.T.M.**—Universal Transversa Mercator, estandarización de la TM en que se minimiza el error en áreas limitadas por meridianos —husos— de 6 grados de anchura. Debido a la arbitrariedad de éstas divisiones es usual que el área de interés sea cortada por alguna división de huso. Éste es el caso de España y Aragón. Como se puede apreciar en este mapa, España peninsular se extiende a través de tres husos U.T.M.: 29, 30 y 31. Aragón ocupa los husos 30 y 31. Ésta partición del área de interés obliga bien a utilizar varias proyecciones o bien a emplear una proyección en la que algunas zonas tienen mayor distorsión de la deseable. El uso de varias proyecciones provoca distintos inconvenientes según el sistema utilizado; en la mayoría de las situaciones obliga a trabajar por partes; En el mejor de los casos la representación de mapas sufre un considerable enlentecimiento. Si se proyecta toda España en el uso 30 la distorsión de escala en los extremos occidental y oriental puede llegar a una parte en 350, mientras que la máxima distorsión dentro de un huso no supera una parte en 2.500 en éstas latitudes y una parte en 1000 en el ecuador. Por otro lado, con los procedimientos numéricos habituales el error en éstos extremos puede ser de 20 cm.



Tratamiento de referencias geodésicas en los SIG

Como hemos mencionado antes existe un soporte muy desigual por parte de los distintos SIG para éstos temas.

Así los SIG tradicionales suelen tratar los datos como simple información bidimensional en coordenadas cartesianas, tal y como lo haría un sistema de CAD. Es habitual que se disponga de utilidades que permitan la transformación entre coordenadas geográficas y coordenadas cartesianas de las principales proyecciones. En todo caso es responsabilidad del usuario el decidir cuando se deben realizar conversiones y normalmente se carece de herramientas que permitan cambiar de referencia geodésica, excepto contando con un buen número de puntos de control y mediante aproximación por mínimos cuadrados. El nexo de unión entre el espacio bidimensional de éstos sistemas y el espacio geográfico es el **sistema de coordenadas** geográficas, que se compone de sistema de referencia geodésica, proyección cartográfica, —si las coordenadas no son geodésicas sino en proyección— y unidades de las coordenadas (angulares para coordenadas geodésicas, lineales para las proyectadas).

Entre los sistemas de tratamiento de imagen de satélite es más común que se disponga de conversión entre sistemas geodésicos, dada la diversidad de referenciación que se puede encontrar en los datos de teledetección y la necesidad de combinarlos con otros datos cartográficos.

Los sistemas más avanzados en este respecto gestionan de forma transparente al usuario el desacuerdo de referencia entre distintos datos, realizando automáticamente la conversión de sistema de referencia y/o proyección. Para ello el sistema asocia con cada conjunto de datos espaciales el sistema de coordenadas que los referencia, incluyendo referencia geodésica, proyección, unidades, etc.

Un soporte de éste tipo es especialmente interesante en las aplicaciones de tipo *Desktop Mapping*, para favorecer el uso por parte de personas no conocedoras de los detalles de la referenciación geodésica.

Resumen

La posición sobre la tierra se calcula con coordenadas geográficas basadas en un sistema de referencia geodésico (SRG). Las coordenadas de un punto en dos sistemas diferentes tienen una desviación típica de 100–300 m.

El sistema de referencia tiene dos componentes: elipsoide de referencia y datum.

Transformar coordenadas de un sistema a otro es una tarea ardua; Si el sistema utilizado se ocupa de éstas transformaciones de manera automática, no se debe olvidar que posiblemente la precisión de estas transformaciones estará limitada.

Cuando se representan los datos geográficos en un plano (un mapa sobre papel o pantalla) ésto se hace usando una proyección cartográfica que transforma las coordenadas geográficas en cartográficas y viceversa.

Las proyecciones cartográficas vienen dadas por fórmulas bien conocidas que no dependen de la altimetría. La transformación entre proyecciones es, pues un problema resoluble de forma exacta no comparable a la transformación de sistema de referencia geodésico. La mayoría de los SIG implementan estas funciones para las proyecciones más habituales.

La proyección usa siempre un elipsoide o esfera que da sentido a las coordenadas geográficas. Las fórmulas estarán parametrizadas por las dimensiones de esta superficie

Además cada proyección tiene parámetros particulares que la definen; por ejemplo. el huso en UTM, el meridiano central y factor de escala en TM, los paralelos estándar en LCC, etc.

Para transformar entre dos proyecciones en el mismo sistema de referencia; o bien proyectar coordenadas geográficas; o bien calcular las mismas de un punto proyectado, bastará conocer la proyección —con sus parámetros— y el elipsoide de referencia.

El elipsoide usado en la proyección es fundamental a escalas 1:100.000 o mayores y es significativo incluso para escalas de 1:5.000.000. Por tanto se puede prescindir de él sólo para las

escalas más pequeñas. En tal caso conviene usar fórmulas para la proyección basadas en un modelo esférico de la tierra.

Consejos para el trabajo con SIG

- Si localizamos un punto por sus coordenadas geográficas, no se debe olvidar la referencia geodésica que les da sentido.
- Las coordenadas cartesianas de un punto en una proyección (p.ej. coordenadas U.T.M, coordenadas Lambert, etc.) están referidas, como las geográficas, a un SRG, pero además también a una cierta proyección, (y se deben conocer sus parámetros, huso en UTM, etc).
- Cada conjunto de datos usado en un SIG tiene, pues, un SRG asociado y posiblemente una proyección cartográfica, necesarios ambos elementos para definir la localización de los datos.
- Así, si el sistema lo permite, esta información debe asignarse cuidadosamente a todos los datos; el sistema llevará cuenta de todos los detalles en adelante y el usuario sólo debe decidir en que proyección representará los mapas. Si el sistema no lo permite el usuario debe llevar perfecta cuenta de estos datos (p.ej. el sistema de coordenadas) y se deben estudiar las conversiones necesarias cuando se deseen integrar datos de diferente fuente.
- Conviene adoptar un SGR único para todos los trabajos. La elección natural en Europa es ED50, excepto si se se trabaja fundamentalmente con datos de GPS en tiempo real, en cuyo caso puede ser preferible WGS84. También conviene guardar toda la información en una sola proyección en lo posible. Cuando se trabaja con cartografía española es recomendable la proyección U.T.M.
- Cuando se van a incorporar información espacial al SIG se debe comprobar siempre su SRG y proyección. (En los mapas ambos deben aparecer especificados; si se suministran en forma digital se deben requerir ambos detalles) Éstos servirán para compatibilizarlos con nuestros datos.
- Si la referencia o proyección se desconocen, habrá que determinar una serie de puntos de control en los cuales las coordenadas en nuestro sistema y proyección sean determinables. Con éstos datos se puede ajustar por mínimos cuadrados una función aproximada que transforme las coordenadas desconocidas a nuestro sistema. La función a ajustar será habitualmente una transformación de Helmert, afin o polinómica.

Bibliografía:

Lauf, G.B., 1983, Geodesy and map projections, (2ª ed.): Collingwood, Victoria, Australia, TAFE Publications.

Martín Asín, F., 1983, Geodesia y cartografía matemática: Madrid, Paraninfo S.A.

Robinson, A.H., Sale, R.D., Morrison, J.L., y Muehrcke, P.C., 1984, Elements of cartography (5ª ed.): New York, John Wiley and Sons.

Jackson, J.E., 1980, Sphere, spheroid and projections. Granada, London.

Richardus, P., Adler, R.K., 1972, Map projections for geodists, cartographers and geographers. North-Holland. Amsterdam.

Snyder, J.P., 1987, Map projections—A working manual. (U.S. Geological Survey Professional Paper 1395): Washinton, United States Government Printing Office.