

1. Cociente y Resto

Hay dos definiciones de cociente y resto que aparecen frecuentemente en los distintos lenguajes de programación y bibliotecas de funciones. Estas dos corresponden a dos maneras de expresar el cociente de dos números, x/y , como suma de una parte entera, cy , y un resto r cuyo valor absoluto sea menor que el de y .

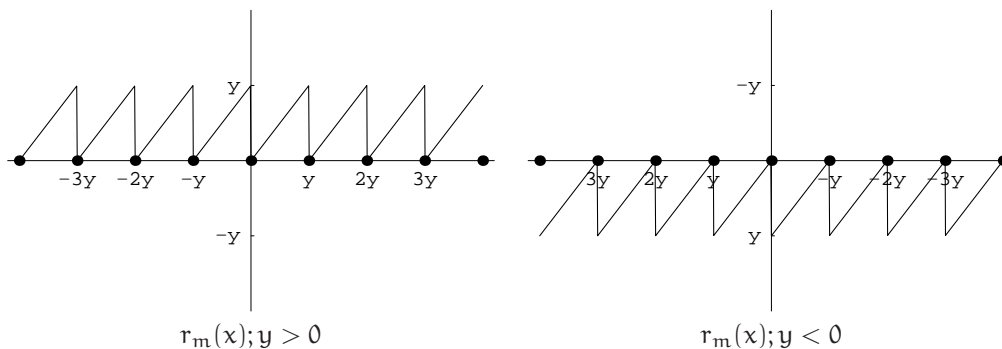
$$x/y = cy + r$$

1.1. Primera definición

La definición con mayor interés matemático es la siguiente:

$$\begin{aligned} c_m &= \lfloor x/y \rfloor \\ r_m &= x - yc_m = x \bmod y \end{aligned}$$

El resto r_m corresponde con la función módulo, $x \bmod y$, y es un valor cíclico entre 0 e y que tiene el mismo signo que el divisor, y .

$$\begin{cases} 0 \leq r_m < y & \text{si } y < 0 \\ 0 \leq r_m < y & \text{si } y > 0 \end{cases}$$


1.1.1. Ejemplos

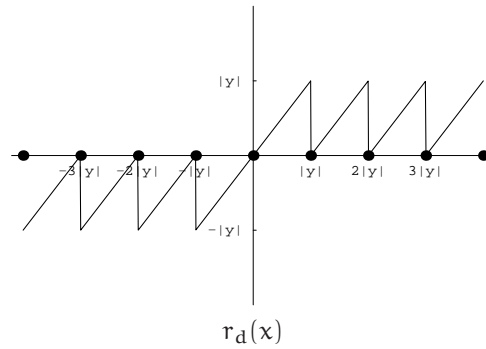
- Esta forma de cociente y resto corresponde las funciones de Mathematica $\text{Quotient}[x, y] = c_m$ y $\text{Mod}[x, y] = r_m$.
- El resto es la función $x \bmod y = r_m$ de RPL. Las calculadoras de la serie HP49 tienen un sistema CAS (*Computer Algebra System*) que incluye estas funciones para enteros: $x \bmod y = \text{IQUOT} = c_m; x \bmod y = \text{IREMAINDER} = r_m; x \bmod y = \text{IDIV2} = c_m, r_m$. La calculadora HP-35s tiene las funciones $x \bmod y = \text{INT} \div = r_m$ y $x \bmod y = \text{Rmdr} = r_m$ en el menú INTG
- La función `Numeric#divmod` de Ruby calcula c_m y r_m ; la función `Numeric#div` calcula c_m y la función `Numeric#modulo` calcula r_m .
- Los operadores `/` y `%` de Ruby y Python corresponden, para valores enteros de x e y , a c_m y r_m : $x/y = c_m$ y $x \% y = r_m$. En Python, a partir de la versión 2.2 se ha introducido en operador `//` con este sentido, $x // y = c_m$, y el operador `/` va a cambiar de significado.
- Excel tiene la función: $\text{MOD}(x, y) \equiv \text{RESIDUO}(x; y) = r_m$

1.2. Segunda definición

La segunda forma es frecuente en muchos lenguajes de programación como división de números enteros:

$$\begin{aligned} c_d &= \mathcal{E}(x/y) \\ r_d &= x - yc_d = y\mathcal{F}(x/y) = |y|\mathcal{F}(x/|y|) \end{aligned}$$

El resto r_d así calculado tiene el mismo signo que el dividendo x .



La relación entre r_d y r_m es sencilla: r_d es igual a r_m cambiando el signo de y cuando es diferente al de x : (S es la función signo)

$$r_d(x, y) = r_m(x, yS(x)S(y))$$

$$S(x) = \begin{cases} x/|x| & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

1.2.1. Ejemplos

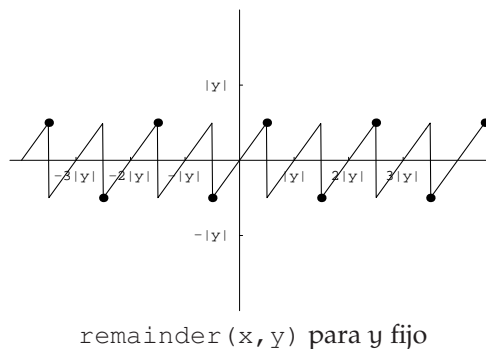
- La instrucción `IDIV` de los procesadores Intel (*integer division*) opera sobre números enteros y calcula c_d y r_d .
- La función `fmod` de la biblioteca estándar de C corresponde a r_d : $fmod(x, y) = r_d$.
- La función `modf(x, &temp)` de C calcula r_d para $y = 1$ (por tanto r_m para $y = S(x)$); el valor calculado en `*temp` es c_d para $y = 1$.
- Para valores enteros, los operadores `/` y `%` de C/C++ corresponden habitualmente a c_d y r_d , pero los estándares de estos lenguajes no requieren obligatoriamente este comportamiento. La función `div` calcula simultáneamente el cociente y resto y suele corresponder con los operadores mencionados, aunque algunas implementaciones calculan c_m y r_m .
- La función `Numeric#remainder` de Ruby corresponde a r_d , y la expresión `(Float(x)/Float(y)).truncate` en Ruby permite calcular c_d .

1.3. Otras definiciones

Las funciones `remainder` y `remquo` de la biblioteca estándar de C99 calculan el resto de la división con redondeo:

$$\text{remainder}(x, y) = \text{remquo}(x, y, \&\text{temp}) = x - y\mathcal{R}_2(x/y)$$

La operación `FPREM1` de los procesadores de coma flotante de intel (a partir del 80387) realiza también esta



operación.