## UNIDAD IMAGINARIA

- Se representa por:

$$i$$

- y significa:

$$\sqrt{-1}$$

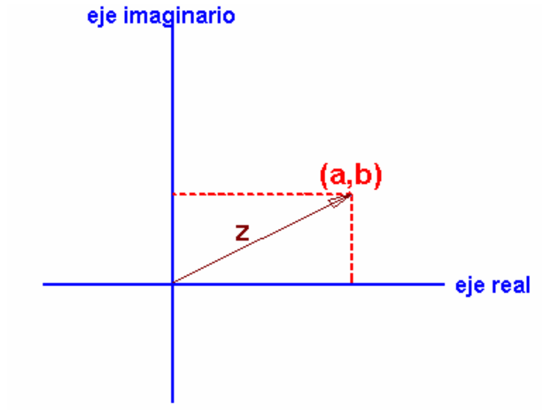
- De esta forma la ecuación $x^2 + 1 = 0$ tiene como soluciones:

$$i \text{ y } -i$$

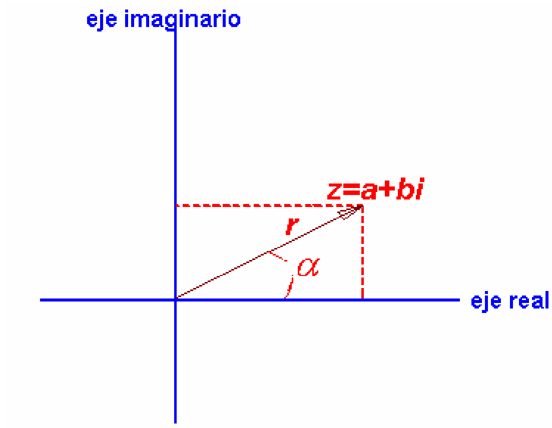
## NUMEROS COMPLEJOS:

- **Forma binómica:**
  - Números de la forma $z = a + bi$ en los que:
    - $a$ se llama parte real
    - $b$ se llama parte imaginaria

- **Representación gráfica:**
  - A cada número complejo z le corresponde un punto (a,b) (Afijo)
  - El **vector** que une el origen con el afijo **respresenta** el número complejo

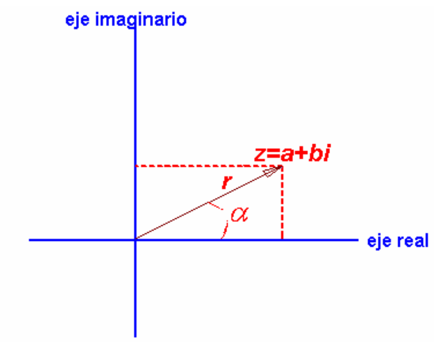


- **Forma polar:**
  - Se llama módulo a la medida del vector $r$
    - $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
  - Se llama argumento al ángulo que forma el vector con el eje de abscisas
    - $tg\ \alpha = \frac{b}{a}$




  - Lo representamos $z = a + bi = r_\alpha$
    - Ejemplo:
      - El número complejo $\sqrt{3} - i$ de argumento $r = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + (-1)^2} = 2$ y de argumento $\alpha = artg \frac{-1}{\sqrt{3}} = 330^{\text{o}}$ se escribe en forma polar como $z = 2_{330^{\text{o}}}$

**-Forma trigonométrica:**




  - Lo representamos
    - $z = r(\cos\alpha + i\ sen\alpha)$

## OPERACIONES CON NÚMEROS COMPLEJOS

- **SUMA y RESTA**
  - Se suman o restan, por separado, las partes reales y las imaginarías:
    - Ejemplos

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = 2-3i \\ z_2 = -3+3i \\ z_3 = -1+i \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} z_1 + z_2 = (2-3)+(-3+3)i = -1 \\ z_1 - z_2 = (2+3)+(-3-3)i = 5-6i \\ z_1 - z_2 + z_3 = (2+3-1)+(-3-3+1)i = 4-5i \end{array}\right.$$

- **MULTIPLICACIÓN**
  - **En forma binómica:**
    - Se multiplican como los binomios
      - Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = 2-i \\ z_2 = 3+2i \end{array}\right\} \Rightarrow z_1 \cdot z_2 = (2-i)\cdot(3+2i) = 6+4i-3i+2 = 8-i$$

  - **En forma polar:**
    - Se multiplican los módulos y se suman los argumentos
      - Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = 5_{30^\circ} \\ z_2 = 8_{45^\circ} \end{array}\right\} \Rightarrow z_1 \cdot z_2 = (5\cdot 8)_{30^\circ+45^\circ} = 40_{75^\circ}$$

  - **En forma trigonométrica:**
    - Se multiplican los módulos y se suman los argumentos:

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = 5\left(\cos 30^\circ + isen30^\circ\right) \\ z_2 = 8\left(\cos 45^\circ + isen45^\circ\right) \end{array}\right\} \Rightarrow z_1 \cdot z_2 = (5\cdot 8)\left(\cos[30^\circ+45^\circ] + isen[30^\circ+45^\circ\right) = 40\left(\cos 75^\circ + isen75^\circ\right)$$

- **DIVISIÓN**
  - **En forma binómico:**
    - Se realiza multiplicando numerador y denominador por el conjugado del denominador
      - Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = 2-i \\ z_2 = 3+2i \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = \frac{2-i}{3+2i} = \frac{(2-i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)} = \frac{4-7i}{11} = \frac{4}{11} - \frac{7}{11}i$$

  - **En forma polar y trigonomèttrica:**
    - Se dividen los módulos y se restan los argumentos:
      - Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = 5_{30^\circ} \\ z_2 = 8_{45^\circ} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = \left(\frac{5}{8}\right)_{345^\circ}$$

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = 5\left(\cos 30^\circ + isen30^\circ\right) \\ z_2 = 8(\cos 45^\circ + ysen45^\circ) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = \left(\frac{5}{8}\right) \left(\cos[30^\circ-45^\circ] + isen[30^\circ-45^\circ]\right)$$

- **POTENCIACIÓN**
  - **En forma binómico:**
    - Se realiza como las potencias del binomio
      - Ejemplo:

$$z = 2-3i \Rightarrow z^5 = (2-3i)^5 = 1\cdot 2^5 + 5\cdot 2^4(-3i) + 10\cdot 2^3(-3i)^2 + 10\cdot 2^2(-3i)^3 + 5\cdot 2(-3i)^4 + 1\cdot(-3i)^5 =$$

$$= 32 - 240i - 720 + 1080i + 810 - 243i = 122 - 597i$$

  - **En forma trigonométrica**
    - Se eleva el módulo a la potencia y se multiplica el argumento por el exponente
      - Ejemplo:

$$z = 3(\cos 25^{o} + i sen 25^{o}) \Rightarrow z^5 = 243(\cos 125^{o} + i sen 125^{o})$$

- **RADICACIÓN**
  - Operamos siempre en **forma trigonométrica**
    - Obtenemos la raíz del módulo y dividimos el argumento por el índice de la raíz
    - Un número complejo tiene tantas raíces como indica su índice.
      - Ejemplo:
        - Queremos calcular $\sqrt[3]{-27}$

$$z = -27 \Leftrightarrow 27(\cos 180^{o} + i sen 180^{o})$$

$$\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{27}\left(\cos\frac{180^{o}+360^{o}k}{3} + i sen\frac{180^{o}+360^{o}k}{3}\right) \quad \text{k=..0,1,2}$$

Para $k=0$ $\quad 3(\cos 60^{o} + i sen 60^{o}) = 3\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i$

Para k=1 $\quad 3(\cos 180 + i sen 180) = -3$

Para k=2 $\quad 3(\cos 300^{o} + i sen 300^{o}) = 3\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}i$