SISTEMAS DE ECUACIONES

- **Conjunto de ecuaciones que tiene la misma solución:**
  - **Sistema compatible si tiene solución:**
    - $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ x+y=3 \\ 3x-y=5 \end{cases}$ solución: $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$
  - **Sistema incompatible si no tiene solución:**
    - $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 4x+2y=3 \end{cases}$ no hay ningún $\{x,y\}$ que lo cumpla
  - **Sistema determinado o de finitas soluciones:**

$\begin{cases} x^2+y^2=8 \\ x^2-y^2=0 \end{cases}$ con soluciones : $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ ó $\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$ ó $\begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$ ó $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$

  - **Sistema indeterminado o de infinitas soluciones:**

$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x-y-z=1 \end{cases}$ agunas de las ininitas soluciones son.. $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases}$ ó $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ z=1 \end{cases}$ ó $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=-2 \end{cases}$ .... $\begin{cases} x=1 \\ y=-z \\ z=-y \end{cases}$

- ## Sistemas de ecuaciones de primer grado:
  - **Se escriben primero en forma canónica:**
    - **Las incógnitas en un miembro y los términos independientes en el otro:**
      - $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$

1.Método de reducción:

- **Se multiplica cada ecuación por números tales que igualen los coeficientes de la incógnita que se quiere reducir**
  - $\begin{cases} 3x+2y=8 & (1^a) \\ 2x-y=3 & (2^a) \end{cases}$
- **Multiplicamos la (1^a) por 2 y la (2^a) por 3 para conseguir que la x tenga el mismo coefciente:**
  - $\begin{cases} 6x+4y=16 & (1^a) \\ 6x-3y=9 & (2^a) \end{cases}$
- **Sumamos o restamos las ecuaciones para que se anule la x . En el ejemplo restamos ya que con dicha operación la x se anula:**

o $\begin{cases} 6x+4y=16 & (1^a) \\ 6x-3y=9 & (2^a) \end{cases}$

$\cancel{0x}+7y=y$

- o **lo que nos permite calcular** $y=1$ **; para calcular el valor de la otra incógnita, sustituimos el valor obtenido en una de las dos ecuaciones y despejamos** x

$$3x+2(1)=8$$

$$x=2$$

- o **La solución del sistema es** $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

2. Método de igualación

- **Se toma , por separado, cada una de las dos ecuaciones y se despeja una de las incógnitas, la misma, en cada una de ellas:**

$$\begin{cases} 3x+2y=8 & (1^a) \\ 2x-y=3 & (2^a) \end{cases}$$

tomamos (1^a) y depejamos una incógnita, por ejemplo "x"

o $x=\dfrac{8-2y}{3}$ de la (1^a)

tomamos (2^a) y depejamos la misma incógnita "x"

$x=\dfrac{3+y}{2}$ de la (2^a)

- **Como el valor de** "x" **tiene que ser el mismo en las dos ecuaciones, igualamos y obtenemos una ecuación con una incógnita, que podemos despejar:**

o
$$\frac{8-2y}{3}=\frac{3+y}{2}$$
$$\Downarrow$$
$$16-4y=9+3y$$
$$\Downarrow$$
$$y=1$$

- **para obtener el valor de la otra incógnita , sustituimos el valor obtenido en cualquider ecuación y despejemaos:**

o $x=\dfrac{8-2(1)}{3}=2$

3. Método de sustitución

- **Se toma una de las ecuaciones y se desèja una de las incógnitas**

$$\begin{cases} 3x+2y=8 & (1^a) \\ 2x-y=3 & (2^a) \end{cases}$$

o tomamos (1^a) y depejamos una incógnita, por ejemplo "x"

$$x=\frac{8-2y}{3} \quad \text{de la } (1^a)$$

- **Sustituimos el valor obtenido en la otra ecuación, lo que nos permite resolverla . Para obtener la otra incógnita podemos seguir los pasos de los casos anteriores:**

$$2\left(\frac{8-2y}{3}\right)-y=3$$

$$\Downarrow$$

o

$$\frac{16-4y}{3}-y=3$$

$$\Downarrow$$

$$y=1$$

- SISTEMAS DE MÁS DE DOS ECUACIONES

En el caso de nos encontremos con un sistema de tres o más ecuaciones con tres o más incógnitas, aplicamos cualquiera de los tres métodos anteriores a cada par de ecuaciones, con el fín de reducir el sistema, hasta conseguir una ecuación en la que sólo aparezca una incógnita

- $$\begin{cases} x-y+z=5 & (1^a) \\ 2x+y-3z=1 & (2^a) \\ \text{x-2y+z=3} & (3^a) \end{cases}$$

- **Tomamos dos de ellas y eliminamos** x **empleando cualquiera de los métodos anteriores:**

$$\begin{cases} 2x-2y+2z=10 & (1^a) \\ 2x+y-3z=1 & (2^a) \end{cases}$$

$$\overline{-3y+5z=9 \quad (1^a)}$$

- **Tomamos otras dos y eliminamos la misma incógnita**

$$\begin{cases} 2x+2y-3z=1 & (2^a) \\ 2x-4y+2z=6 & (3^a) \end{cases}$$

$$\overline{5y-5z=-5 \quad (2^a)}$$

- **Tomamos ahora el sistema formado por** (1^a) y (2^a) **y eliminamos otra de las incógnitas:**

$$\left\{\begin{array}{ll}-3y+5z=9 & (1^a)\\ 5y-5z=-5 & (2^a)\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ll}-15y+25z=45 & (1^a)\\ 15y-15z=-15 & (2^a)\end{array}\right.$$

$$10z=30$$

$$\Downarrow$$

$$z=3$$

- **Una vez obtenido el valor de una incógnita es fácil encontrar el resto:**

$$-3y+5(3)=9 \Rightarrow y=2$$

$$x-2+3=5 \Rightarrow x=4$$

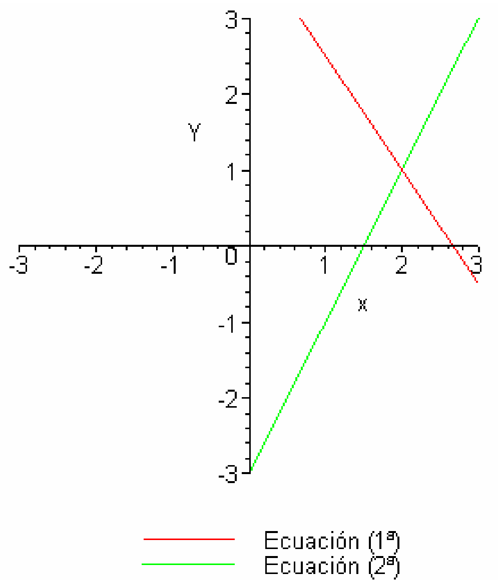
4.Método gráfico

- **Se puede emplear cuando el sistema sólo tiene dos incógnitas**

o

$$\left\{\begin{array}{ll}3x+2y=8 & (1^a)\\ 2x-y=3 & (2^a)\end{array}\right.$$

- **Se representan sobre un mismo sistema cartesiano las rectas indicadas por cada ecuación:**



- Sistemas de segundo grado

- **Cuando , al menos, hay un monomio de segundo grado**

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 3xy=6 \end{cases}$$

- **Para resolverlo se aplica , según el caso, alguno de los métodos vistos para los sistemas de primer grado:**

a) Si sólo hay una ecuación de segundo grado

- **Generalmente conviene aplicar el método de sustitución:**

$$\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ x+y=5 \end{cases}$$

$$x=5-y \Rightarrow (5-y)^2+y^2=13$$

$$\Downarrow$$

o

$$2y^2-10y+12=0$$

$$\Downarrow \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ y=3 \end{cases}$$

Si $y=2, x=3$ pero si $y=3, x=2$, luego el sistema tiene dos soluciones

b) Si las dos ecuaciones son de segundo grado:

a. En algunos casos empleamos el método de reducción

$$\begin{cases} x^2+y^2=29 \\ 2x^2-3y^2=38 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 2x^2+2y^2=58 \\ \underline{2x^2-3y^2=38} \end{array}$$

o

$$5y^2=20$$

$$\Downarrow$$

$$y=\begin{cases} -2 \\ 2 \end{cases}$$

y sustituimos para obtener los dos valores para la *x*

$$x=\begin{cases} -5 \\ 5 \end{cases}$$

b. En otros casos empleamos el método de sustitución:

$$\begin{cases} xy + x = 9 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 2x - 4$$

$$\Downarrow$$

$$x(2x-4) + x = 9$$

$$\Downarrow x = \begin{cases} -\dfrac{3}{2} \\ 3 \end{cases}$$

y sustituyendo obtenemos los dos valores para *y*

$$y = \begin{cases} \dfrac{7}{2} \\ \dfrac{5}{4} \end{cases}$$