

FUNCION CUADRATICA

Se llama función cuadrática a la expresión de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, en donde a , b y c son valores reales y $a \neq 0$. Esta función está definida para todo número real y su grafica corresponde a una parábola.

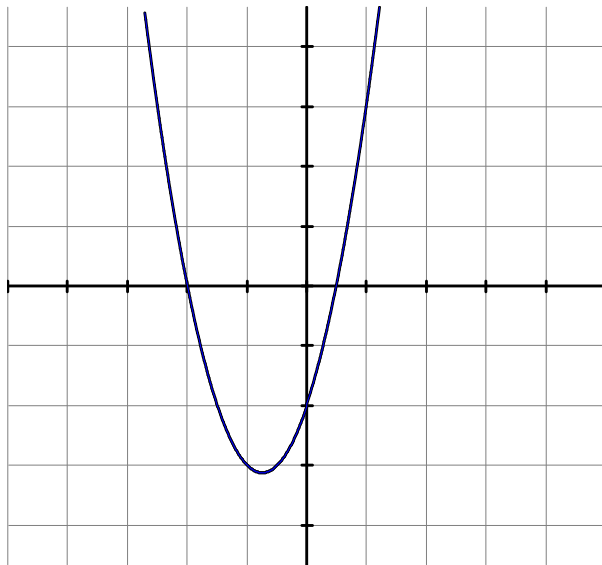
Características de la gráfica de una función cuadrática:

1. **Orientación:** Indica si la parábola abre hacia arriba o hacia abajo.

Si $a > 0$, la parábola abre hacia arriba, es cóncava.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

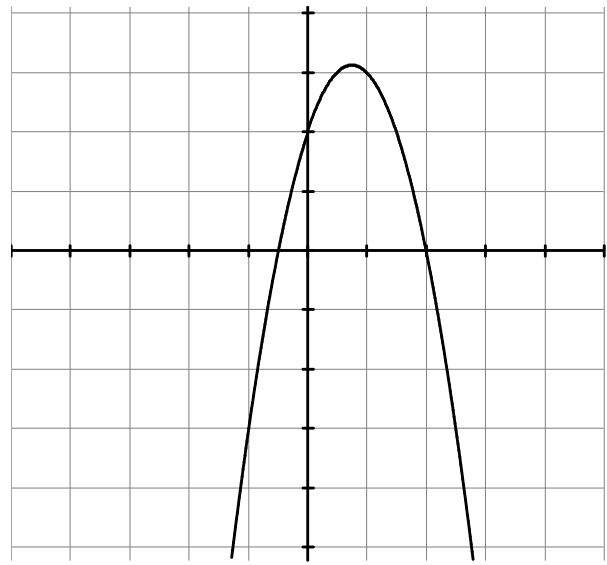
$$f(x) = 2x^2 + 3x - 2$$



Si $a < 0$, la parábola abre hacia abajo, es convexa.

$$f(x) = -ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = -2x^2 + 3x + 2$$



2. **Intersección con el eje x:**

La intersección con el eje x se obtiene haciendo $f(x) = 0$, es decir resolviendo la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$. La solución de esta ecuación corresponde a los puntos de intersección de la función con el eje x . Se pueden presentar tres casos:

- a) Que corte al eje x en dos puntos distintos.
- b) Que toque al eje x en un solo punto.
- c) Que no corte al eje x .

Para determinar qué caso se puede presentar, se debe resolver el **discriminante** de la ecuación:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

a) Si $\Delta > 0$, la parábola corta al eje x en dos puntos distintos:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- b) Si $\Delta = 0$, la parábola toca al eje x en un punto. En este caso el punto corresponde al vértice de la parábola.

$$x = \frac{-b + \sqrt{0}}{2a} = -\frac{b}{2a}$$

Las coordenadas del vértice son:

$$V\left(-\frac{b}{2a}, 0\right)$$

- c) Si $\Delta < 0$, la ecuación no tiene solución dentro del conjunto de los números reales, por lo tanto, la parábola no corta al eje x.

3. **Eje de simetría:** En toda parábola, su eje de simetría corresponde a la recta vertical que pasa por

$$x = -\frac{b}{2a}$$

4. **Vértice:** Hay varias formas de determinar las coordenadas del vértice.

$$V = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\right)$$

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

La abscisa del vértice corresponde al valor del eje de simetría y la ordenada del vértice corresponde al valor máximo o mínimo de la función según sea la orientación de la parábola.

5. **Intersección con el eje y:** Se obtiene haciendo $x = 0$ en la ecuación cuadrática. Lo que significa que la parábola intercepta al eje y en $(0, c)$

Ejercicios: Determinar las características de cada función y hacer el respectivo bosquejo gráfico.

1. $f(x) = x^2 + 5x + 4$
2. $f(x) = -x^2 + x + 6$
3. $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$
4. $f(x) = -3x^2 + 2x + 5$
5. $f(x) = -3x^2 + 2x - 5$
6. $f(x) = 4x^2 + 4x + 1$