



ÍNDICE

A. Ecuaciones tipo $ax^2+bx+c=0$

B. Ecuaciones tipo $ax^2+bx=0$

C. Ecuaciones tipo $ax^2+c=0$

D. Ecuaciones tipo $(x-a)(x-b)=0$

E. Hallar la ecuación dadas las soluciones

F. otros tipos

EJERCICIOS RESUELTOS

A. Ecuaciones tipo $ax^2+bx+c=0$

1) Resuelve: $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3+1}{2} \\ x_2 = \frac{3-1}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow (x-2)(x-1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(x-1) - 2(x-1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2x + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

2) Resuelve: $x^2 - x - 6 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+5}{2} \\ x_2 = \frac{1-5}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

B. Ecuaciones tipo $ax^2+bx=0$

3) Resuelve: $x^2 - x = 0$

Podríamos resolver el problema como venimos haciendo, con

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases}$$

Pero nos vamos a decantar por otra alternativa.

En $x^2 - x = 0$ vamos a sacar factor común a la x:

$x^2 - x = 0 \Rightarrow (x-1)x = 0$, lo cual se puede escribir así:

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \end{cases}$$

4) Resuelve: $x^2 + \frac{x}{3} = 0$

Procedemos igual que antes, sacando factor común:

$$x^2 + \frac{x}{3} = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{3}\right)x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{3} = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 0 \end{cases}$$

5) Resuelve: $5x^2 - \frac{25x}{3} = 0$

Sacamos factor común a la x:

$$5x^2 - \frac{25x}{3} = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{5}{3}\right) \cdot 5x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{5}{3} = 0 \\ 5x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ x = 0 \end{cases}$$

C. Ecuaciones tipo $ax^2+c=0$

6) Resuelve: $x^2 - 25 = 0$

Podríamos resolver el problema aplicando la fórmula, con:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -25 \end{cases}$$

Pero vamos a proceder despejando la x:

$$x^2 - 25 = 0 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm\sqrt{25} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

7) Resuelve: $x^2 - \frac{121}{144} = 0$

Operamos del mismo modo anterior, despejando la x:

$$x^2 - \frac{121}{144} = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{121}{144} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{121}{144}} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{11}{12} \\ x_2 = -\frac{11}{12} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

8) Resuelve: $x^2 + \frac{121}{144} = 0$

Despejamos x:

$$x^2 + \frac{121}{144} = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{121}{144} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{-\frac{121}{144}}$$

No hay ningún número real que provenga de un radicando negativo. Por lo tanto, esta ecuación no tiene solución real.

D. Ecuaciones tipo $(x+b)(x-b)=0$

9) Resuelve: $(x+3)(2x-5) = 0$

En vez de multiplicar los dos binomios y resolver la ecuación de modo usual vamos a expresarla de un modo mucho más conveniente.

$$(x+3)(2x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+3 = 0 \\ 2x-5 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+3 = 0 \\ 2x-5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

E. Hallar la ecuación dadas las soluciones

- 10) Las soluciones de una ecuación de segundo grado desconocida están dadas por $\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$. Encuentra la ecuación.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases} &\Rightarrow (x-3)(x-(-2)) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x(x+2) - 3(x+2) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 + 2x - 3x - 6 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \end{aligned}$$

- 11) Las soluciones de una ecuación de segundo grado desconocida están dadas por $\begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = -\frac{2}{3} \end{cases}$. Encuentra la ecuación.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = -\frac{2}{3} \end{cases} &\Rightarrow (x-7)\left(x-\left(-\frac{2}{3}\right)\right) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x-7)\left(x+\frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x\left(x+\frac{2}{3}\right) - 7\left(x+\frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 + \frac{2}{3}x - 7x - 7\cdot\frac{2}{3} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 + \left(\frac{2-21}{3}\right)x - \frac{14}{3} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 + \frac{19}{3}x - \frac{14}{3} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{3x^2}{3} + \frac{19x}{3} - \frac{14}{3} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3x^2 + 19x - 14 = 0 \end{aligned}$$

F. Otros tipos de ecuaciones de 2º grado

- 12) Resuelve: $(x+4)^2 - (2x-1)^2 = 8x$

Debemos de manipular esta ecuación para que tome un aspecto parecido a $ax^2 + 2x + c = 0$.

Vamos a tener en cuenta las identidades notables siguientes:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Entonces:

$$\begin{aligned} (x+4)^2 - (2x-1)^2 &= 8x \Rightarrow \\ x^2 + 8x + 16 - (4x^2 - 4x + 1) - 8x &= 0 \Rightarrow \\ x^2 + 8x + 16 - 4x^2 + 4x - 1 - 8x &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow -3x^2 - 4x + 15 &= 0 \end{aligned}$$

Resolvemos ahora de modo ordinario:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \begin{cases} a = -3 \\ b = -4 \\ c = 13 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 15}}{2 \cdot (-3)} = \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 180}}{-6} = \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{196}}{-6} = \frac{4 \pm 14}{-6} = \end{aligned}$$

$$= \begin{cases} x_1 = -\frac{18}{6} = -2 \\ x_2 = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \end{cases}$$